



Midtsemesterprøve i MA1301 - Tallteori

Onsdag 30. september 2009

Tid: 08.15-10.00

Bokmål

Hjelpemidler: Typegodkjent Kalkulator

**Oppgave 1** Bevis at  $5 \mid 6^n - 1$  for  $n = 1, 2, 3, \dots$

Hint: induksjon.

**Oppgave 2** Finn alle løsninger til den diophantiske ligningen  $710x + 68y = 6$ .

**Oppgave 3** Bevis at  $\sqrt[3]{4}$  er irrasjonalt, dvs. bevis at ligningen

$$4n^3 = m^3.$$

ikke har heltallsløsninger.

**Oppgave 4** Bevis at hvert tall av formen  $3n + 2$  er divisibelt med et primtall av formen  $3n + 2$ .

**ENGLISH VERSION.**

Permitted aids: Calculator

**Problem 1** Prove that  $5 \mid 6^n - 1$  for  $n = 1, 2, 3, \dots$

Hint: induction.

**Problem 2** Find all solutions of the Diophantine equation  $710x + 68y = 6$ .

**Problem 3** Show that  $\sqrt[3]{4}$  is irrational. In other words, prove that no integers satisfy

$$4n^3 = m^3.$$

**Problem 4** Prove that every integer of the form  $3n + 2$  has a prime factor of the form  $3n + 2$ .