NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA1301 Tallteori**

Faglig kontakt under eksamen: Richard Williamson

Tlf: (735) 90154

Eksamensdato: Mandag den 6. oktober 2014

Eksamenstid (fra–til): 15:15 – 16:45

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Tillatte kalkulatorer: Hewlett Packard HP30S, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Casio fx-82ES PLUS.

Annen informasjon:
Besvar alle de fire oppgavene. Hver oppgave er verdt fem poeng. Mulige poeng for hver del angis i parentes.

Hvis du ikke kan løse en del av en oppgave etter å ha prøvd en stund, gå videre og kom heller tilbake til den: ikke bruk for mye tid på hver del.

Hvis du ikke kan løse en del av en oppgave, skriv allikevel ned så mye du kan om hvordan du ville ha løst den.

Du kan bruke et utsagn i en del av en oppgave i resten av oppgaven, selv om du ikke har vist at utsagnet er sant.

Lykke til!

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppgave 1 Sekvensen av Fibonaccitallene er definert ved rekursjon som følger.

(1) Det første Fibonaccitallet er 1.

(2) Det andre Fibonaccitallet er 1.

(3) Anta at de første m Fibonaccitallene har blitt definert, hvor m er et gitt naturlig tall slik at $m \geq 2$. Da definerer vi det $(m+1)$-Fibonaccitallet til å være summen av det m-te Fibonaccitallet og det $(m-1)$-te Fibonaccitallet.

For et hvilket som helst naturlig tall r, la oss betegne det r-te Fibonaccitallet som u_r. Dermed sier (3) at

$$u_{m+1} = u_m + u_{m-1}.$$

a) Skriv de første fem Fibonaccitallene. [1 poeng]

b) La n være et naturlig tall. Bevis at

$$u_2 + u_4 + u_6 + \cdots + u_{2n} = u_{2n+1} - 1.$$

[4 poeng]

Oppgave 2

a) La n være et heltall. Anta at det er et heltall k slik at $n = 5k+3$. Vis at det da er et heltall m slik at

$$n^2 = 5m + 4.$$

Tips: Bruk $9 = 5 + 4$ i løpet av svaret ditt. [1 poeng]

b) La n være et heltall. Vis at det er et heltall m slik at ett av følgende utsagn er sant:

(1) $n^2 = 5m$;
(2) $n^2 = 5m + 1$;
(3) $n^2 = 5m + 4$;

[4 poeng]

Oppgave 3

a) Benytt Euklids algoritme til å finne en heltallsløsning til ligningen

$$295x - 126y = 27.$$

[4 poeng]

b) Er følgende utsagn riktig eller galt: ligningen

$$295x - 126y = c$$

har en heltallsløsning for alle heltall c? Begrunn svaret. [1 poeng]

Oppgave 4

a) Forklar hvorfor $7 \equiv -1 \pmod{8}$. [1 poeng]

b) Vis uten å regne ut at $7^{33} \equiv -1 \pmod{8}$. [1 poeng]

c) Vis at

$$3^{77} + 3 \cdot 7^{33}$$

er delelig med 8, uten å regne ut summen. [3 poeng]