Øving 2 – Uke 35

Oppgave 1. Bevis at begge utsagnene nedenfor er gale:

(1) For alle naturlige tall m og n er $(mn)! = m! \cdot n!$.

(2) For alle naturlige tall m og n er $(m+n)! = m! + n!$.

Oppgave 2. La n være et naturlig tall slik at $n \geq 4$. Bevis at $n! > n^2$. *Tips*: Benytt Proposisjon 1.5.14 i beviset.

Oppgave 3. La n, k, og l være heltall slik at $n \geq k \geq l \geq 0$. Bevis at

$$\binom{n}{k} \cdot \binom{k}{l} = \binom{n}{l} \cdot \binom{n-l}{k-l}.$$

Tips: Induksjon behøves ikke! På hver side av ligningen, erstatt binomnialkoeffisientene med deres definisjonene, og vis at begge sidene blir like.

Oppgave 4. La n være et naturlig tall.

(1) Bevis at

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}.$$

(2) Deduser at

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \binom{2n+1}{3}.$$

Oppgave 5. La n være et naturlig tall. Ved å la x være 1 og y være 1 i Proposisjon 1.9.30, bevis at

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n.$$

Oppgave 6. La n være et naturlig tall. Følgende ligning kan også deduseres fra Proposisjon 1.9.30:

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \ldots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0.$$

Hvilke heltall bør vi la x og y være?