# Øving 4 – Uke 37

**Oppgave 1.** La $n$ være et partall. Bevis at det er et heltall $m$ slik at enten $n^2 = 8m$ eller $n^2 = 8m + 4$.

**Oppgave 2.** La $n$ være et heltall. Bevis at det er et heltall $m$ slik at enten $n^4 = 5m$ eller $n^4 = 5m + 1$. *Tips*: Benytt Proposisjon 1.9.30 i løpet av svaret ditt.

**Oppgave 3.** La $n$ være et heltall. Anta at det er heltall $s$ slik at $n = s^3$. Anta i tillegg at det er et heltall $t$ slik at $n = t^2$. Bevis at det er et heltall $m$ slik at enten $n = 7m$ eller $n = 7m + 1$. *Tips*: Gjør følgende.

(1) Bevis at det er et heltall $m$ slik at et av de følgende utsagnene er sant:
  - (i) $n = 7m$;
  - (ii) $n = 7m + 1$;
  - (iii) $n = 7m + 6$.

  Benytt Proposisjon 1.9.30 og antakelsen at $n = s^3$ i løpet av svaret ditt.

(2) Bevis at det er et heltall $m'$ slik at et av de følgende utsagnene er sant:
  - (i) $n = 7m'$;
  - (ii) $n = 7m' + 1$;
  - (iii) $n = 7m' + 2$;
  - (iv) $n = 7m' + 4$;

  Benytt antakelsen at $n = t^2$ i løpet av svaret ditt.

(3 Benytt Korollar 2.2.20 ved å la $l$ være 7.

**Oppgave 4.** La $n$ være et naturlig tall.

(1) Bevis at $7n^2 + 7n + 4$ er et partall.

(2) Bevis at $n(7n^2 + 5)$ er delelig med 6.

*Tips*: Benytt induksjon i beviset for (2). Sjekk i tillegg om ligningen

$$(m + 1)(7m^2 + 14m + 12) = m(7m^2 + 5) + (21m^2 + 21m + 12)$$

er sann for et hvilket som helst naturlig tall, og benytt denne ligningen i løpet av svaret ditt.

**Oppgave 5.** La $l$ og $n$ være heltall. Anta at $l \mid n$. Bevis at $l \mid -n$.

**Oppgave 6.** La $l$, $l'$, $n$, og $n'$ være heltall. Anta at $l \mid n$ og $l' \mid n'$. Bevis at $l \cdot l' \mid n \cdot n'$.

**Oppgave 7.** La $l$ være et heltall, og la $n$ være et heltall slik at $n \neq 0$. Anta at $l \mid n$. Ved å benytte Proposisjon 2.5.30, bevis at $|l| \leq |n|$.