Øving 5 – Uke 38

Oppgave 1. La l, m, og n være heltall. La d være et naturlig tall slik at $\mathsf{sfd}(l,n) = d$. Anta at $n \mid m$. Bevis at $\mathsf{sfd}(l+m,n) = d$. *Tips*: Benytt ligningen $l = (l+m) - m$ i løpet av beviset ditt.

Oppgave 2. For hvert av de følgende heltallene l og n, finn $\mathsf{sfd}(l,n)$, og finn heltall u og v slik at $\mathsf{sfd}(l,n) = ul + vn$. Benytt Euklids algoritme i løpet av svarene dine.

(1) $l = 231$, $n = 616$.

(2) $l = -153$, $n = 391$.

(3) $l = -168$, $n = -420$,

Oppgave 3. La l, m, og n være heltall. La d være et naturlig tall slik at $\mathsf{sfd}(l,m) = d$. Anta at $\mathsf{sfd}(l,n) = 1$. Bevis at $\mathsf{sfd}(l,mn) = d$. *Tips*: Gjør først følgende, og benytt da (3) i løpet av beviset ditt.

(1) La c være et heltall slik at $c \mid l$, og la s være et heltall. Bevis at $\mathsf{sfd}(c,s) \leq \mathsf{sfd}(l,s)$.

(2) La c være et heltall slik at $c \mid l$. Deduser fra (1) og antakelsen at $\mathsf{sfd}(l,n) = 1$ at $\mathsf{sfd}(c,n) = 1$.

(3) Dersom c er et naturlig tall slik at $c \mid mn$, deduser fra (2) og Proposisjon 2.8.22 at $c \mid m$.

Oppgave 4. For hver av de følgende ligningene, finn en heltall løsning dersom det er mulig. Hvis det ikke er mulig, forklar hvorfor.

(1) $396x - 165y = 462$.

(2) $-546x + 312y = -317$.

(3) $288x + 186y = 6138$.