Øving 6 – Uke 39

Oppgave 1. Finn alle heltallsløsningene til ligningen

$$-371x + 28y = 119.$$

Oppgave 2. For et hvilket som helst naturlig tall r, la u_r betegne det r-te Fibonacci-tallet. Finn $\mathsf{sfd}(u_{2793}, u_{462})$.

Oppgave 3. Hvilke av de følgende er sanne?

(1) $123 \equiv 155 \pmod 4$?

(2) $-5 \equiv 18 \pmod 7$?

(3) $36 \equiv -8 \pmod{11}$?

Begrunn svarene dine.

Oppgave 4. Gjør følgende.

(1) Vis at $53 \equiv 14 \pmod{39}$ og at $196 \equiv 1 \pmod{39}$. Deduser at

$$53^2 \equiv 1 \pmod{39}.$$

(2) Vis at $103 \equiv -14 \pmod{39}$. Deduser fra dette og kongruensen $196 \equiv 1 \pmod{39}$ at $103^2 \equiv 1 \pmod{39}$.

(3) Benytt (1) og (2) for å vise at

$$53^{103} + 103^{53}$$

er delelig med 39.

Oppgave 5. Gjør følgende.

(1) Vis at $32 \equiv 5 \pmod{27}$.

(2) La t være et naturlig tall. Benytt (1) for å vise at

$$2^{5t+1} + 5^{t+2}$$

er delelig med 27. *Tips*: Observer at $2^{5t} = 32^t$.

Oppgave 6. La x være et naturlig tall. Anta at det er et heltall n slik at $n \geq 0$ og

$$x = x_n \cdot 10^n + x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + x_2 \cdot 10^2 + x_1 \cdot 10^1 + x_0 \cdot 10^0,$$

hvor, for hvert heltall i slik at $0 \leq i \leq n$, er x_i et heltall slik at $x_i \geq 0$. Gjør følgende.

(1) Vis at $10 \equiv 4 \pmod{6}$.

(2) La i være et naturlig tall. Vis at $10^i \equiv 4 \pmod{6}$. *Tips*: Benytt (1) og induksjon.

(3) Benytt (2) for å vise at x er delelig med 6 hvis og bare hvis summen

$$x_0 + 4x_1 + 4x_2 + \cdots + 4x_{n-1} + 4x_n$$

er delelig med 6.

(4) Er 1321473 delelig med 6? Benytt (3) i løpet av svaret ditt.