Øving 7 – Uke 40–41

Oppgave 1. Benytt algoritmen i Merknad 2.7.15 i minst én del av oppgaven, men ikke i alle de tre delene.

(1) Finn løsninger til kongruensen
$$-6x \equiv 15 \pmod{27}$$
slik at alle løsningene til denne kongruensen er kongruent modulo 27 til ett av heltallene i lista di, og slik at ikke noe par av heltallene i lista di er kongruent til hverandre modulo 27.

(2) Finn løsninger til kongruensen
$$104x \equiv -56 \pmod{128}$$
slik at alle løsningene til denne kongruensen er kongruent modulo 128 til ett av heltallene i lista di, og slik at ikke noe par av heltallene i lista di er kongruent til hverandre modulo 128.

(3) Finn løsninger til kongruensen
$$7x \equiv 2 \pmod{50}$$
slik at alle løsningene til denne kongruensen er kongruent modulo 50 til ett av heltallene i lista di, og slik at ikke noe par av heltallene i lista di er kongruent til hverandre modulo 50.

Oppgave 2. Hvilke naturlige tall x slik at $30 \leq x \leq 45$ er primtall?

Oppgave 3. La p være et primtall slik at $p > 2$ og $p \neq 5$. Gjør følgende.

(1) Dersom $p \equiv 7 \pmod{10}$, vis at $p^2 \equiv -1 \pmod{10}$.

(2) Vis at det ikke er sant at $p \equiv 4 \pmod{10}$. *Tips*: Benytt Proposisjon 3.2.54.

(3) Vis at enten $p^2 - 1$ er delelig med 10 eller $p^2 + 1$ er delelig med 10.

Oppgave 4. Gjør følgende.

(1) Skriv ned de første 10 primtallene p slik at $p \equiv 5 \pmod{6}$.

(2) La n være et naturlig tall. Bevis at det er et primtall p slik at $p \equiv 5 \pmod{6}$ og $p > n$. Med andre ord, bevis at det er uendelig mange primtall som er kongruent til 5 modulo 6. *Tips*: Se på $6q - 1$, hvor q er produktet av alle primtallene som er mindre enn eller like n og som er kongruent til 5 modulo 6.

Oppgave 5 (Valgfritt, men anbefalt!)**.** Løs Oppgave 2 i Øving 4 ved å benytte kongruenser istedenfor å benytte divisjonsalgoritmen direkte.