



Midtsemesterprøve i MA1301 - Tallteori

Onsdag 3. oktober 2007

Tid/Time: 08.15 – 10.00

Tillatt hjelpemiddel:
Typegodkjent kalkulator

Oppgave 1 Bruk Euklids algoritme til å finne største felles divisor for 143 og 91. Løs deretter den diofantiske ligningen

$$91x + 143y = 13.$$

I tillegg, bestem hvorvidt følgende ligning har løsninger eller ikke:

$$91x + 143y = 24$$

Oppgave 2 Bruk matematisk induksjon til å vise at for $n = 1, 2, 3, \dots$ gjelder

$$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + \dots + n(n!) = (n + 1)! - 1$$

Oppgave 3 Er tallet under et heltall? Begrunn svaret.

$$\frac{2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot \dots \cdot 2110 \cdot 2111}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 110 \cdot 111}$$

Oppgave 4 Bevis at det finnes uendelig mange primtall.

ENGLISH VERSION

Problem 1 Find $\gcd(143, 91)$ using Euclid's algorithm. Then solve the Diophantine equation

$$91x + 143y = 13.$$

Also, determine whether the following equation has solutions or not:

$$91x + 143y = 24$$

Problem 2 Use mathematical induction to prove that for $n = 1, 2, 3, \dots$ the following is true:

$$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + \dots + n(n!) = (n + 1)! - 1$$

Problem 3 Is the number below an integer? Motivate the answer.

$$\frac{2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot \dots \cdot 2110 \cdot 2111}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 110 \cdot 111}$$

Problem 4 Prove that there are infinitely many primes.