



Semesterprøve i MA1301 Tallteori

Bokmål

Fredag 7. oktober 2011

Kl. 14.15–15.45 (90 minutter)

Hjelpemidler: kode D (bestemt enkel kalkulator: HP30S eller Citizen SR-270X)

Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 Finn alle løsninger av den diofantiske ligningen $630x - 144y = 108$.

Oppgave 2 La a være et tall som gir rest 2 eller 3 når det deles på 4. Vis at a da ikke kan være et kvadrat, altså at det ikke finnes et tall b slik at $a = b^2$.

Oppgave 3 Finn alle løsninger av systemet

$$x \equiv -2 \pmod{4}$$

$$2x \equiv -4 \pmod{7}$$

$$4x \equiv 2 \pmod{9}$$

Hva er den minste positive løsningen?

Oppgave 4 La p være et odde primtall og a et tall slik at $p \nmid a$. Vis at da må en av kongruensene

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$$

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$$

gjelde. Kan begge gjelde samtidig?