

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **MA1301 Talteori**

Fagleg kontakt under eksamen: Richard Williamson

Tlf: (735) 90154

Eksamensdato: Mandag den 6. oktober 2014

Eksamenstid (frå–til): 15:15 – 16:45

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: D: Ingen prenta eller handskrive hjelpemiddel tillatne. Tillatte kalkulatorar: Hewlett Packard HP30S, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Casio fx-82ES PLUS.

Annan informasjon:

Svar på alle dei fire oppgåvane. Kvar oppgåve er verd fem poeng. Mogelege poeng for kvar del blir angjeve i parentes.

Viss du ikkje kan løyse en del av ei oppgåve etter å ha prøvd ei stund, gå vidare og kom heller tilbake til den: ikkje nytt for mykje tid på kvar del.

Viss du ikkje kan løyse en del av ei oppgåve, skriv likevel ned så mykje du kan om korleis du ville ha løyst den.

Du kan nytte eit utsegn i en del av ei oppgåve i resten av oppgåva, sjølv om du ikkje har vist at utsegnet er sant.

Lukke til!

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgåve 1 Sekvensen av Fibonaccital er definert ved rekursjon som følger.

- (1) Det første Fibonaccitalet er 1.
- (2) Det andre Fibonaccitalet er 1.
- (3) Anta at dei første m Fibonaccitala har blitt definert, kor m er eit gitt naturleg tal slik at $m \geq 2$. Då definerer vi det $(m+1)$ -Fibonaccitalet til å vere summen av det m -te Fibonaccitalet og det $(m-1)$ -te Fibonaccitalet.

For eit kva som helst naturleg tal r , lat u_r vere det r -te Fibonaccitalet. Dermed seier (3) at

$$u_{m+1} = u_m + u_{m-1}.$$

a) Skriv dei første fem Fibonaccitala. [1 poeng]

b) Lat n vere eit naturleg tal. Vis at

$$u_2 + u_4 + u_6 + \cdots + u_{2n} = u_{2n+1} - 1.$$

[4 poeng]

Oppgåve 2

a) Lat n vere eit heiltal. Anta at det er eit heiltal k slik at $n = 5k + 3$. Vis at det då er eit heiltal m slik at

$$n^2 = 5m + 4.$$

Tips: Nytt $9 = 5 + 4$ i løpet av svaret ditt. [1 poeng]

b) Lat n vere eit heiltal. Vis at det er eit heiltal m slik at eitt av følgjande utsegner er sant:

- (1) $n^2 = 5m$;
- (2) $n^2 = 5m + 1$;
- (3) $n^2 = 5m + 4$;

[4 poeng]

Oppgåve 3

a) Nytt Euklids algoritme til å finne ei heiltalsløyning til likninga

$$295x - 126y = 27.$$

[4 poeng]

b) Er følgjande utsegn riktig eller galt: likninga

$$295x - 126y = c$$

har ei heiltalsløyning for alle heiltal c ? Grunnjev svaret. [1 poeng]

Oppgave 4

- a) Forklar kvifor $7 \equiv -1 \pmod{8}$. [1 poeng]
- b) Vis utan å rekne ut at $7^{33} \equiv -1 \pmod{8}$. [1 poeng]
- c) Vis at
- $$3^{77} + 3 \cdot 7^{33}$$
- er deleleg med 8, utan å rekne ut summen. [3 poeng]